Université Paul Sabatier
Licence de Physique Fondamentales

Examen de Mécanique Quantique
Durée 1h30

Questions de cours

1. Décrire l'expérience de Davisson et Germer permettant de mettre en évidence le caractère ondulatoire des électrons.
2. Rappeler la relation de Louis de Broglie. Quelle est sa signification physique ?
3. Calculer la longueur d'onde associée à un électron accéléré sous une tension de 100 Volts.

On donne : masse de l'électron m_e = 9,1 x1O $^{-31}$ kg
Constante de Planck h = 6,62 x1O $^{-34}$ J.s

Oscillateur harmonique dans l'état fondamental.

On considère une particule de masse *m* soumise le long d'une direction *Ox*, à une force de rappel caractérisée par une constante de rappel *K*. On se propose d'étudier les états quantiques d'oscillation de cette particule et en particulier son état fondamental.

1. Ecrire le hamiltonien de cette particule dans le potentiel harmonique. On définira la pulsation propre ω en fonction de *K et m*.
2. Montrer que la fonction d'onde

$$\varphi_0(x) = (\frac{m\omega}{\pi\hbar})^{1/4} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}$$

est fonction propre du hamiltonien. Trouver la valeur propre associée qu'on notera E_0.

3. Montrer que la fonction d'onde $\varphi_0(x)$ n'est pas fonction propre de l'opérateur impulsion. Quelles conclusions en tirer?
4. Calculer les valeurs moyennes de la position et de l'impulsion de la particule dans l'état fondamental décrit par $\varphi_0(x)$. Commenter.
5. Calculer la valeur moyenne de x^2 et en déduire l'écart type Δx à la valeur moyenne.
6. Quelle est la valeur moyenne de l'énergie dans l'état fondamental ?
7. En déduire une relation entre les valeurs moyennes de x^2 et de p^2 et l'écart type Δp à la valeur moyenne de l'impulsion.
8. Ecrire alors la relation d'incertitude position-impulsion de Heisenberg reliant Δx et Δp. Quelle est sa signification physique ?
9. On définit l'opérateur

$$a^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x - i\frac{1}{\sqrt{m\hbar\omega}}\,p)$$

Déterminer l'action de a^+ sur la fonction $\varphi_0(x)$. Tracer la fonction ainsi obtenue et l'identifier parmi les fonctions propres.

On donne : $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-x^2}\,dx = \sqrt{\pi}$