UNIVERSITE PAUL SABATIER **Juin 2008**
Licence 2ème année physique

ELECTROMAGNETISME

EXAMEN TERMINAL
Deuxième session
Durée : 2 h

I. Cours

1. Relation de Maxwell-Faraday : formes locale et intégrale.
2. Définir le vecteur de Poynting.

II. Barreau glissant sur des rails

Un barreau conducteur MN, placé perpendiculairement à deux longs rails conducteurs, parallèles et distants de L, peut glisser sans frottements sur ceux-ci. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\mathbf{B_a}=B\mathbf{e_z}$ $(B>0)$, perpendiculaire au plan des rails (voir figure 1). Les extrémités O et P des rails sont connectées à un galvanomètre G de résistance R. On négligera la résistance des rails et du barreau devant R, ainsi que le phénomène d'auto-induction devant celui d'induction dû à $\mathbf{B_a}$.

A l'instant $t=0$, on communique au barreau occupant la position initiale $x(0)=0$ une vitesse initiale $\mathbf{v}(0)=v_0\,\mathbf{e_x}$ $(v_0>0)$.

1- Calculer le champ électromoteur à l'instant t en un point du barreau animé de la vitesse $\mathbf{v}(t)$.

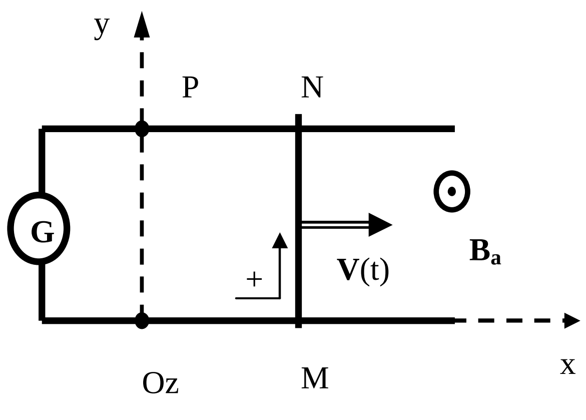
2- En déduire l'expression de la f.é.m. $e(t)$ induite à l'instant t dans le circuit fermé comprenant le barreau mobile.

3- Retrouver ce résultat à partir du flux coupé, puis de la loi intégrale de Maxwell-Faraday.

4- Proposer un schéma électrique équivalent au circuit. En déduire l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant induit dans le circuit, comptée algébriquement selon le sens indiqué sur la figure. Montrer que le sens de circulation du courant est conforme à la loi de Lenz.

5- Calculer la force de Laplace agissant sur le barreau et montrer qu'elle agit sur ce dernier comme un frein électromagnétique.

Figure 1



III. Effet de peau à la surface d'un bon conducteur

On considère un conducteur qui occupe l'espace $z > 0$ d'un référentiel Oxyz et qui est défini par ε_0, μ_0 et sa conductivité γ. On étudie les conditions d'existence d'un champ électromagnétique sinusoïdal de pulsation ω tel que :

$\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E}}(z)\exp(i\omega t)$ et $\underline{\mathbf{B}} = \underline{\mathbf{B}}(z)\exp(i\omega t)$ où $\underline{\mathbf{E}}(z)$ et $\underline{\mathbf{B}}(z)$ ont des composantes complexes. On admet que $\gamma >> \varepsilon_0\,\omega$.

1. Vérifier que les équations de Maxwell en représentation complexe peuvent s'écrire :

(1) $\mathbf{rot}\,\underline{\mathbf{E}}(z) = -i\,\omega\,\underline{\mathbf{B}}(z)$

(2) $\mathbf{div}\,\underline{\mathbf{E}}(z) = 0$

(3) $\mathbf{div}\,\underline{\mathbf{B}}(z) = 0$

(4) $\mathbf{rot}\,\underline{\mathbf{B}}(z) = \mu_0\,(\gamma + i\,\varepsilon_0\,\omega)\,\underline{\mathbf{E}}(z)$

Etablir les équations différentielles vérifiées par $\underline{\mathbf{E}}(z)$ et $\underline{\mathbf{B}}(z)$. On posera $\delta = (2/\mu_0\,\omega\,\gamma)^{1/2}$.
On remarquera que $\underline{\mathbf{B}}(z)$ s'élimine entre (1) et (4) en utilisant l'identité :
$\mathbf{rot}\,(\,\mathbf{rot}\,(\underline{\mathbf{E}}(z)\,) = \mathbf{grad}\,(\mathrm{div}\,\underline{\mathbf{E}}(z)\,) - \Delta\,(\,\underline{\mathbf{E}}(z)\,)$.

2. Quelle est la solution pour $\underline{\mathbf{B}}(z)$ en admettant que le champ magnétique doit rester fini dans tout l'espace.
3. On admet maintenant que $\underline{\mathbf{B}}$ est porté par Oy : $\underline{\mathbf{B}} = \underline{B}(z)\,\mathbf{e}_y\,\exp(i\omega t)$. Donner l'expression de $\underline{\mathbf{B}}$ en fonction de ω, t, z, δ, $\mathbf{e}_y$ et $\underline{B}(0)$, puis l'expression de $\mathbf{B}$ en notation réelle.
4. Exprimer le champ électrique $\underline{\mathbf{E}}$ en fonction de $\underline{B}(0)$, z, γ, et δ. Donner l'expression de $\mathbf{E}$ en notation réelle.
5. On considère un cylindre d'axe Oz. On appelle S la section du cylindre appartenant au plan xOy. Calculer la valeur moyenne du flux du vecteur de Poynting à travers S en fonction de δ, γ, Σ, μ_0 et $|\,B(0)|^2$. Que représente cette quantité ?