

EXAMEN D'ELECTROMAGNETISME**2 heures. 3 pages.****Calculettes et documents interdits.**

Vérifier qu'on vous a fourni une feuille résumant les systèmes de coordonnées et les opérateurs différentiels.

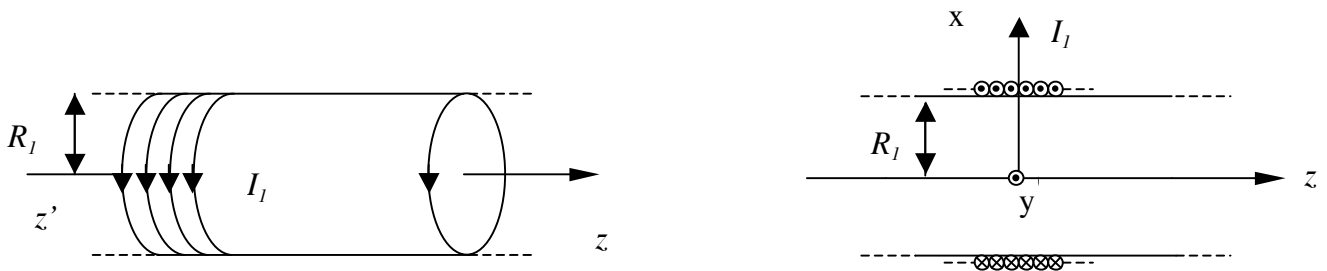
AI - (de cours). Vecteurs \vec{B} et \vec{A} . Théorème d'Ampère. (15 minutes)

1- Quelle différence fondamentale y a-t-il, entre le vecteur \vec{B} (champ magnétique) et le vecteur \vec{A} (potentiel vecteur) ? Expliquer **brèvement** la signification de cette différence quand on considère les symétries d'un problème.

2- On considère le cas de courants filiformes. Donner **la forme intégrale** du **théorème d'Ampère** qui lie \vec{B} et I (intensité). Définir **brèvement** à l'aide d'un schéma la signification du théorème et la définition du sens positif pour I .

AII - Structure du champ magnétique créé par un solénoïde (15 mins) :

On considère un solénoïde cylindrique de rayon R_1 , d'axe (Oz) , constitué par l'enroulement de n spires circulaires **par unité de longueur**. Les spires sont jointives et sont toutes parcourues par un courant électrique stationnaire d'intensité I_1 , voir figures.



On souhaite calculer le champ magnétique $\vec{B}(M)$ en un point M *quelconque* de l'espace.

1- Quel système de coordonnées a-t-on intérêt à utiliser pour calculer le champ magnétique produit par le solénoïde ?

2- En vous appuyant sur les éléments de symétrie (plans de symétrie et d'antisymétrie passant par le point M), ainsi que sur les invariances de la distribution de courant, déterminer les

composantes non nulles de $\vec{B}(M)$ ainsi que les variables dont dépendent ces composantes dans les deux cas suivants :

- a- Le solénoïde est infiniment long.
- b- Le solénoïde est de longueur finie.

AIII – Inductance propre d'une portion du solénoïde infini (45 mins) :

On considère le solénoïde cylindrique de rayon R_1 de la question AII. Ses dimensions sont telles que l'on pourra utiliser l'approximation du **solénoïde infini**. On peut admettre que le champ magnétique est nul à une distance infiniment éloigné de son axe.

1- En appliquant le théorème d'Ampère calculer le champ magnétique créé par le solénoïde en un point $M(\rho, \phi, z)$: **a-** pour $\rho > R_1$; **b-** pour $\rho < R_1$

2-:

- a- En vous appuyant sur les éléments de symétrie, ainsi que sur les invariances de la distribution de courant, montrer que le potentiel vecteur $\vec{A}(M) = A(\rho)\vec{e}_\phi$
- b- Quelle relation locale lie \vec{B} et \vec{A} ? Montrer que $\vec{rot}\vec{A}$ n'a qu'une composante selon z et spécifier cette composante.
- c- Donc montrer que pour $\rho < R_1$ alors $A(\rho) = \frac{\mu_0 n I_1 \rho}{2}$
- d- Calculer $A(\rho)$ pour $\rho > R_1$ (vous pouvez utiliser la continuité de \vec{A}).

3- Calculer le flux Φ_1 à travers **une spire** du solénoïde. Donc donner une expression pour le flux propre Φ (exprimé en fonction de n , I_1 , R_1 , l_1 et de μ_0 permittivité magnétique du vide) d'une portion du solénoïde de longueur l_1 , Dédurre de Φ l'expression du coefficient d'inductance propre de cette portion.

AIV – Energie magnétique propre d'un solénoïde (12,5 mins) :

On considère la portion du solénoïde cylindrique de longueur l de la question AIII (4).

- 1- Calculer l'énergie magnétique propre à partir de la densité volumique d'énergie.
- 2- Retrouver l'expression du coefficient d'inductance propre.

BI (question de cours) : Equations de Maxwell (12,5 mins)

1- Donner les quatre équations (locales) de Maxwell **en présence des sources et en régime fortement variable.**

2- Quelle(s) équation(s) sont modifiée(s) en absence des sources ? Donner les équations modifiées

3- Quelle(s) équation(s) sont modifiées pour des phénomènes variant **lentement** dans le temps (ARQS) ? Donner les équations modifiées.

BII : Equation d'onde (20 mins)

L'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide (en absence de sources) peut s'écrire :

$$\Delta\psi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$$

1- Préciser la signification du scalaire ψ .

2- Montrer que $\psi = \psi_o \cos[\omega t - k(\alpha x + \beta y + \gamma z) + \phi]$ est une solution possible de cette équation et définir ainsi la norme du vecteur d'onde k . Que représente cette solution ?