EXAMEN ELECTROMAGNETISME

2 heures

Calculettes et documents interdits.

Vérifier qu'on vous a fourni une feuille résumant les systèmes de coordonnées et les opérateurs différentiels.

Question 1 (de cours). Vecteurs B et A. Théorème d'Ampère.

1) Quelle différence fondamentale y a-t-il, entre le vecteur **B** (champ magnétique) et le vecteur **A** (potentiel vecteur) ? Expliquer la signification de cette différence quand on considère les symétries d'un problème.

2)
   a. On considère le cas de courants filiformes. Donner **la forme intégrale** du **théorème d'Ampère** qui lie **B** et I (intensité). Définir **brièvement** à l'aide d'un schéma la signification du théorème et la définition du sens positif pour I.
   b. On considère la généralisation à une distribution de courants volumiques. Donner **la forme intégrale** du **théorème d'Ampère** qui lie **B** et **J** (vecteur courant volumique). Définir **brièvement** à l'aide d'un schéma la signification du théorème et la définition du sens positif pour **J**.

3) Le champ magnétique **B** ne dérive pas d'un potentiel scalaire. Justifier brièvement en utilisant la réponse à la question 2(a).

   On peut cependant écrire :

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A}$$

   où **A** est le potentiel vecteur du champ magnétique. Justifier rapidement.

   Rappeler la relation appelée *théorème de Stokes* et déterminer la relation intégrale entre **B** et **A**.

Exercice 2 : Champ magnétique créé par un fil rectiligne infini.

Soit un fil rectiligne infini porté par l'axe *Oz*. Ce fil est parcouru par un courant d'intensité I dans le sens z positif. On propose de calculer le champ magnétique **B** créé en un point M quelconque de l'espace.

1) Justifier l'utilisation des coordonnés cylindriques (ρ, φ, z) (*Une phrase suffit*).
2) Faire un schéma, en représentant en un point M quelconque la base ($\mathbf{e}_\rho$, $\mathbf{e}_\varphi$, $\mathbf{e}_z$)
3) Analyser les invariances afin de déterminer la ou les coordonnées dont dépend le champ, **B**. En considérant la symétrie de la distribution des courants prévoir la direction de ce champ (*justifier brièvement*).
4) Calculer avec **la forme intégrale** du **théorème d'Ampère** le champ magnétique **B** au point M. Expliquer brièvement le contour choisi pour le calcul en justifiant son choix.

Exercice 3 : Cylindre infiniment long – calcul de B et de A.

Un conducteur cylindrique de longueur infini, de rayon R, est parcouru par un courant de densité volumique J uniforme ; **les lignes de courant sont orientées suivant l'axe z'z du conducteur**.

1) Faire un schéma, en représentant en un point M quelconque la base ($\mathbf{e}_\rho$, $\mathbf{e}_\varphi$, $\mathbf{e}_z$).
2) Les invariances et la direction du champ B sont les mêmes que pour le fil rectiligne infini étudié ci-dessus. Justifier brièvement.
3) A l'aide de l'expression intégrale appropriée du théorème d'Ampère, trouver une expression pour le champ magnétique **B** en tout point M, à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre. Montrer sur le schéma le contour et la surface choisie pour chacun des calculs. Tracer une courbe représentant la variation spatiale de **B.**

4) Analyser les invariances afin de déterminer la ou les coordonnées dont dépend le champ du vecteur potentiel **A**. En considérant la symétrie de la distribution des courants prévoir la direction de ce champ (*justifier brièvement*).
5) A l'aide de l'expression **locale** $\vec{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A}$ trouver une expression pour le potentiel vecteur **A** en tout point M, à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre. On admettra que **A** s'annule sur la surface du cylindre.
6) Retrouver l'expression pour **A** à **l'extérieur** du cylindre à partir d'un calcul de la circulation de A le long d'un contour judicieusement choisi. (rappel : on admet que **A** s'annule sur la surface du cylindre). Justifier le choix du contour à l'aide d'un schéma.

Question 4 (de cours). Induction électromagnétique. Coefficients d'induction.

1) Préciser l'approximation des régimes quasi-stationnaires utilisée pour étudier le phénomène d'induction à des fréquences *industrielles*.
2) Que signifient les termes **induction mutuelle** *M* et **auto-induction** *L* ?
3) Définir en fonction des flux et courants appropriés :
    a. Le coefficient d'auto-induction (*self*).

b. Le coefficient d'induction mutuelle entre **deux** conducteurs.

Exercice 5 : Fil rectiligne infini et bobine torique – inductance mutuelle

1) Calculer le coefficient d'inductance mutuelle M d'une bobine torique de rayon moyen R et d'un fil rectiligne infini placé suivant l'axe du tore. La bobine torique est constituée d'un enroulement continu de N spires de rayon a, régulièrement enroulées autour d'un tore de rayon moyen R de section circulaire de rayon a très faible devant R. On peut admettre alors que le champ B créé par le fil est constant à l'intérieur du tore et a comme valeur B(R). (Vous pouvez utiliser les résultats de l'exercice 2).
2) Le fil est alimenté avec un courant $I = I_0$ = constante. Calculer la f.e.m induite dans le circuit fermé comprenant la bobine.
3) Le fil est alimenté avec un courant $I = I_1 \sin \omega t$. Calculer la f.e.m induite dans le circuit fermé comprenant la bobine.
4) La bobine est alimentée avec un courant $I = I_2 \sin \omega t$. Calculer la f.e.m induite dans le circuit fermé comprenant le fil rectiligne.