

## Contrôle Continu d'électromagnétisme- Durée : 1h30

### I.- Champ magnétique produit par un cylindre conducteur comportant une cavité.

**A.-** Un cylindre massif de longueur infinie, d'axe ( $z'z$ ) et de rayon  $R=4$  cm, est parcouru par un courant volumique constant (uniformément distribué)  $\mathbf{J}=J\mathbf{e}_z$  avec  $J=100\text{ A.m}^{-2}$ .

**1.-** Etudier les symétries et les invariances de la distribution de courant. Préciser le système de coordonnées nécessaire à la résolution de cet exercice.

**2.-** En déduire les composantes et la direction du champ magnétique  $\mathbf{B}$  créé par le cylindre massif.

**3.-** Déterminer les variables dont dépend la norme  $B$  du champ magnétique.

**4.-** Rappeler l'énoncé du théorème d'Ampère sous sa forme intégrale en précisant les deux expressions utilisant respectivement  $I$  et  $\mathbf{J}$ .

**5.-** A l'aide du théorème d'Ampère sous sa forme intégrale, établir l'expression de la norme  $B(M)$  du champ magnétique en un point  $M$  :

a) à l'intérieur du cylindre massif.      b) à l'extérieur du cylindre massif.

c) Représenter la variation de  $B$  en fonction de la distance  $\rho$  du point  $M$  à l'axe du cylindre.

**6.-** Calculer la valeur de la norme du champ magnétique  $B(M)$  en un point  $M$  situé sur le bord du cylindre ( $\rho=R$ ).

**B.-** Une cavité cylindrique d'axe ( $z'z$ ) et de section circulaire de rayon  $b=2$  cm a été pratiquée dans le cylindre massif précédent (« *Il n'y a pas de courant dans la cavité* »). Le cylindre est maintenant parcouru par une densité de courant dont l'expression dans la section transversale est donnée par  $J=K\rho^2$  où  $K=3\times 10^6\text{ A.m}^{-4}$ .

**1.-** Etablir l'expression du champ magnétique  $\mathbf{B}_0(M')$  en un point  $M'$  de la cavité.

**2.-** Etablir l'expression du champ magnétique  $\mathbf{B}'(M')$  en un point  $M'$  du cylindre massif (« *hors cavité* »). Calculer sa valeur en un point  $M'$  situé à 3 cm de l'axe du cylindre.

### II.- Champ magnétique produit par une bobine torique.

On considère une bobine toroïdale  $S_1$  comportant  $N_1$  spires régulièrement réparties sur un tore à section carrée dont les caractéristiques sont les suivantes : côté du carré  $2a_1$ , rayon intérieur  $b$ , rayon extérieur  $d$ . Les  $N$  spires sont parcourues par un courant constant  $I_1$ . Le rayon moyen du tore est noté  $R$  (Figures 1 et 2).

**1.-** En utilisant les propriétés des symétries et d'invariance de la distribution de courant, déterminer la direction du champ magnétique  $\mathbf{B}$  créé par cette distribution de courant et montrer que la norme  $B$  du champ magnétique ne dépend que des coordonnées  $\rho$  et  $z$ .

2.- Par application du théorème d'Ampère sous sa forme intégrale selon un contour judicieux que l'on précisera :

a) Montrer qu'à l'intérieur du tore, soit  $R-a_1 \leq \rho \leq R+a_1$ , le champ magnétique  $\mathbf{B}$  a pour

$$\text{expression } \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} N_1 I_1 \frac{1}{\rho} \mathbf{e}_\phi$$

b) Que vaut le champ magnétique à l'extérieur du tore ( $\rho \leq R-a_1$  et  $\rho \geq R+a_1$ ) ?

c) Application numérique: calculer  $B(\rho = R)$  avec  $N_1 = 2\,000$ ,  $I_1 = 2\text{A}$ ,  $R = 2\text{ cm}$ ,  $a_1 = 1\text{ cm}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m.A}^{-1}$

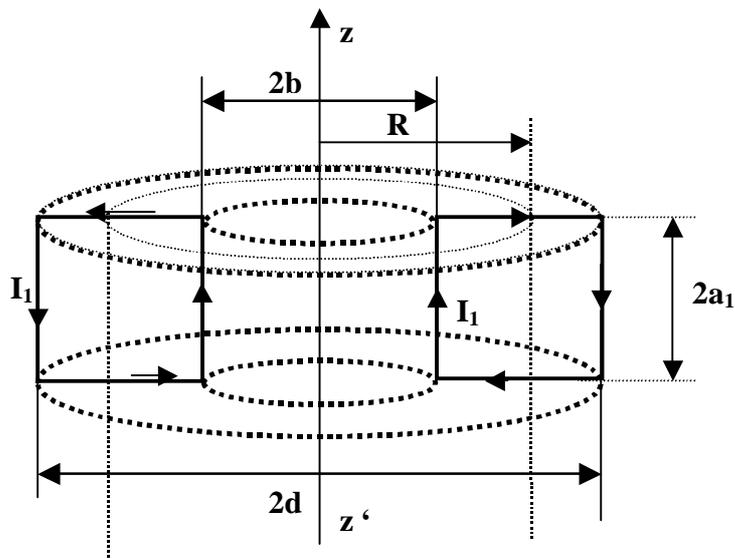


Figure 1

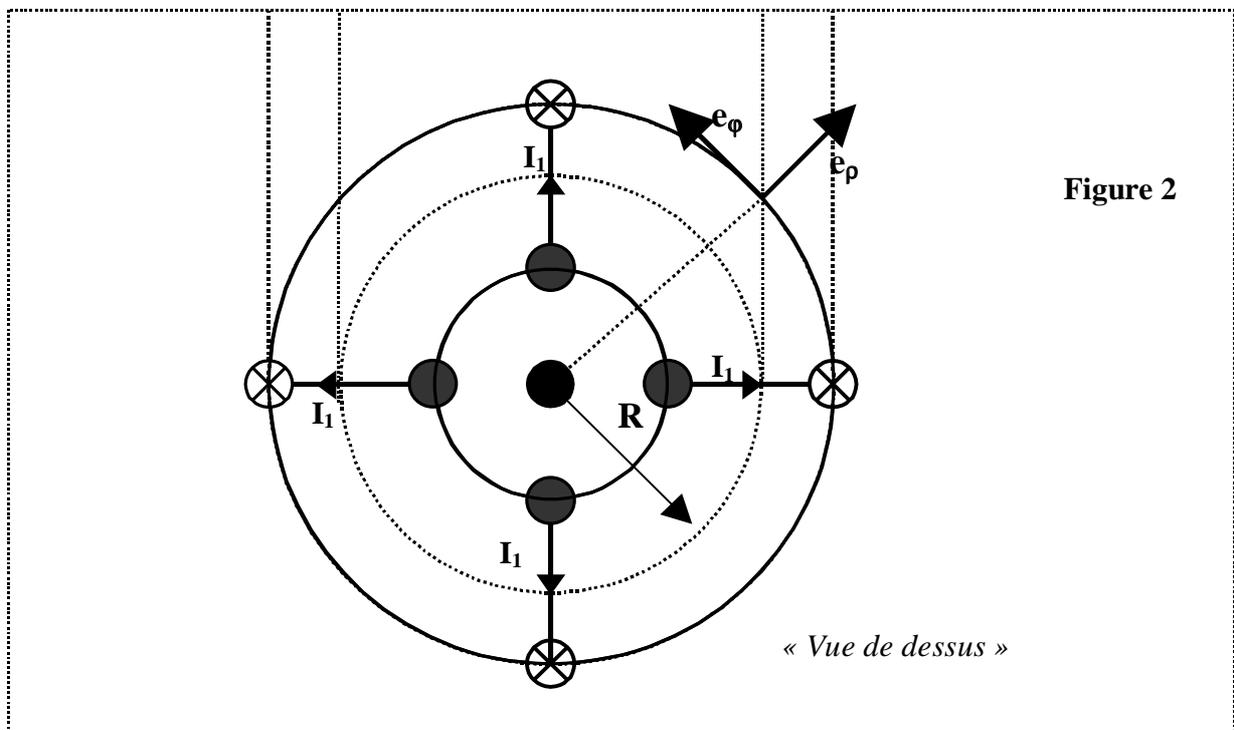


Figure 2

3.- Un deuxième bobine toroïdale  $S_2$ , comportant  $N_2$  spires régulièrement réparties sur un tore à section carrée de côté  $2a_2$  et de même rayon moyen  $R$ , est placé à l'intérieur de la 1<sup>ère</sup> bobine toroïdale  $S_1$ . Les  $N_2$  spires sont parcourues par un courant constant  $I_2$  de même sens que  $I_1$  (Figure 3).

Etablir les expressions du module  $B$  du champ magnétique dans les différentes régions I, II et III créé par les deux distributions de courant  $I_1$  et  $I_2$  (Figure 4).

4.- Application numérique : calculer  $B_{II}(\rho = R)$  avec  $N_2 = 2000$ ,  $I_2 = 2$  A,  $a_2 = 0.5$  cm,  $R = 2$  cm.

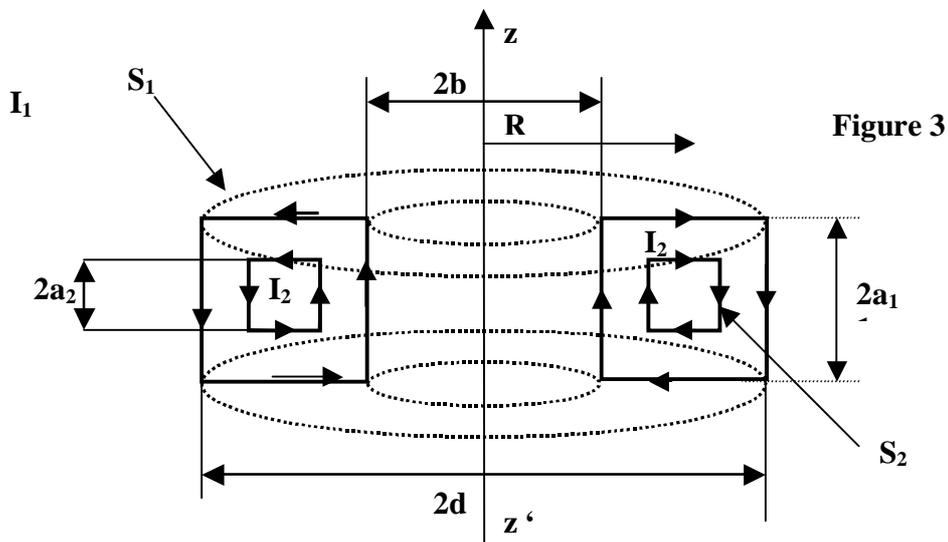


Figure 3

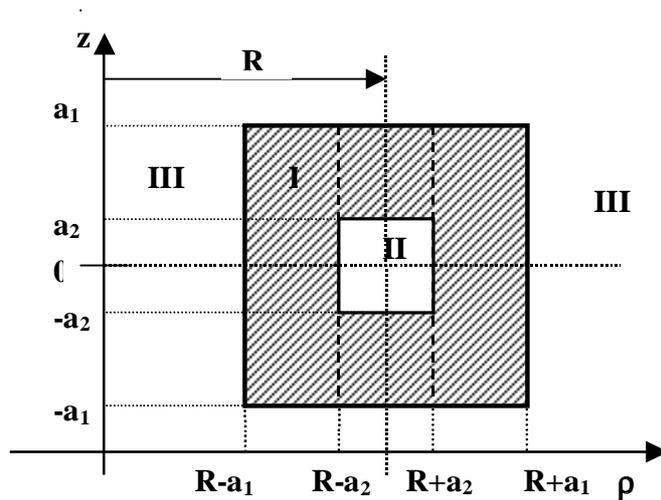


Figure 4