Université Paul Sabatier **30 Avril 2004**
Licence 2ème année – Semestre 4

Examen partiel d'électromagnétisme

Un fil conducteur rectiligne considéré comme infini (circuit $\mathcal{C}_1$), confondu avec l'axe *Oz* d'un repère, est parcouru par un courant d'intensité I_1 maintenue constante. On considère un cadre indéformable *MNPQ* (circuit $\mathcal{C}_2$), dont les côtés *MN* et *PQ* de longueur *2c* sont parallèles à *Oz* et les côtés *NP* et *QM* sont de longueur *2a*, et dont le centre est situé à une distance ρ_0 du fil (voir figure).

1- En utilisant les éléments de symétrie liés au fil rectiligne infini, déduire pour le champ magnétique $\vec{B}_1$ et le potentiel vecteur $\vec{A}_1$ quels sont les vecteurs unitaires d'un système orthonormé de référence qui les porte, et les variables dont ils dépendent.

2- En déduire les expressions de $\vec{B}_1$ et de $\vec{A}_1$.

3- Calculer le flux Φ_{12} de $\vec{B}_1$ à travers le cadre (circuit $\mathcal{C}_2$) lorsque ses côtés *NP* et *QM* sont dans un plan contenant le fil (circuit $\mathcal{C}_1$).

4- Le circuit $\mathcal{C}_2$ étant parcouru par un courant d'intensité I_2 maintenue constante, calculer les forces de Laplace s'exerçant sur les divers éléments du cadre et en déduire leur somme. Retrouver cette somme à partir de l'expression du flux Φ_{12}.

5- Le cadre est maintenant situé à une grande distance du fil ($\rho_0 \gg a, c$). Montrer que la force de Laplace s'exerçant sur le cadre peut se mettre sous la forme $\vec{F}_{12} = \overrightarrow{grad}\left(\vec{m}_2 \cdot \vec{B}_1\right)$ où $\vec{m}_2$ est le moment magnétique du cadre (circuit $\mathcal{C}_2$) et $\vec{B}_1$ la valeur du champ au centre de celui-ci.

6- Dans cette position éloignée, le cadre est maintenant placé perpendiculairement à la direction $O\rho$ ($\vec{e}_\rho$ est la normale au cadre), et $\vec{B}_1$ est considéré comme constant en tout point du cadre. Calculer dans ce cas le moment résultant $\vec{\Gamma}$ des forces subies par le cadre et montrer que celui-ci peut s'écrire $\vec{\Gamma} = \vec{m}_2 \times \vec{B}_1$.

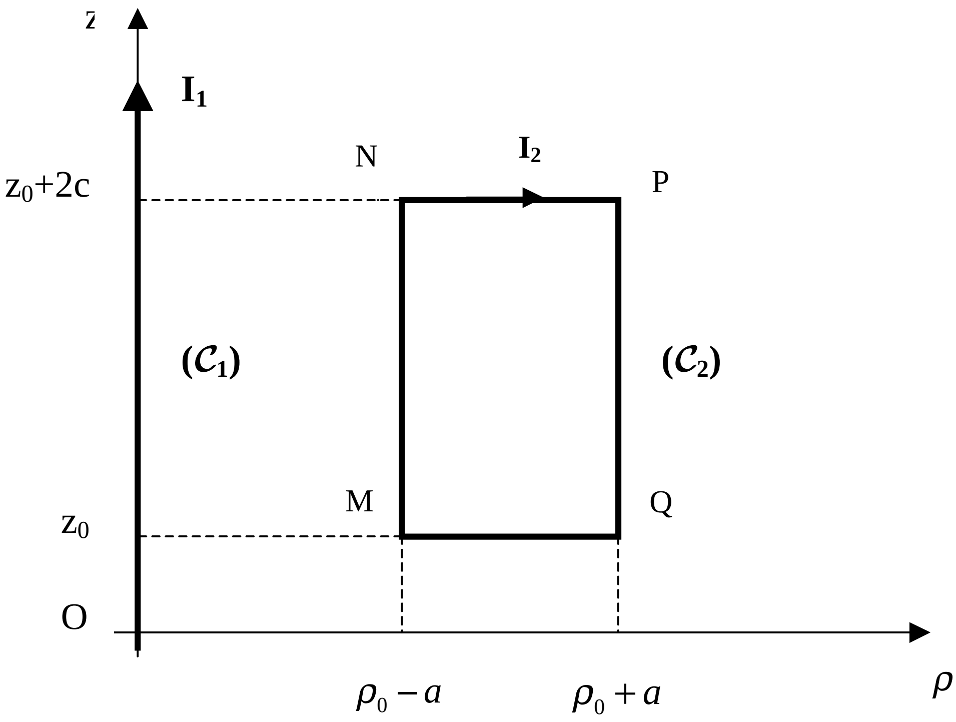
7- Retrouver cette expression à partir du flux Φ_{12}.

Remarque: les questions 6 et 7 peuvent être traitées indépendamment de la question 5.

On donne:

$$\overrightarrow{grad}\, f = \frac{\partial f}{\partial \rho}\vec{e}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\vec{e}_\varphi + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{e}_z$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{A} = \frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial\left(\rho A_\varphi\right)}{\partial z}\right]\vec{e}_\rho + \left[\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho}\right]\vec{e}_\varphi + \frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial\left(\rho A_\varphi\right)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi}\right]\vec{e}_z$$


z
I1
N
I2
P
z0+2c
(C1)
(C2)
M
Q
z0
O
ρ0 − a
ρ0 + a
ρ