UNIVERSITE PAUL SABATIER
TOULOUSE III

Licence Physique Chimie et Applications
Mention physique
L2

année 2006/2007
Juin 2007

EXAMEN D'ELECTROMAGNETISME (Durée 2h)

A. Equations de Maxwell dans le vide (question de cours)

1. Donner les formes locales et intégrales des quatre équations de Maxwell en présence de charges et de sources de courant et en régime fortement variable.

2. Donner les formes locales des équations de Maxwell en régime stationnaire.

3. Retrouver à partir des formes locales des équations de Maxwell dans le vide en l'absence de charges et de courants, l'équation de propagation du champ électrique: $\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial^2 t} = 0$. Définir c.

B. Inductance propre d'un solénoïde

On considère un solénoïde de longueur ℓ d'axe z'z, de rayon *a* comportant n_1 spires par unité de longueur. Le solénoïde est parcouru par un courant d'intensité <u>constante</u> I_1 orienté comme sur la Figure 1. On suppose que la longueur ℓ est très grande devant le rayon a. On donne l'expression du champ magnétique sur l'axe du solénoïde : $\vec{B}_1(\rho = 0) = \mu_0\ n_1\ I_1\ \vec{e_z}$.

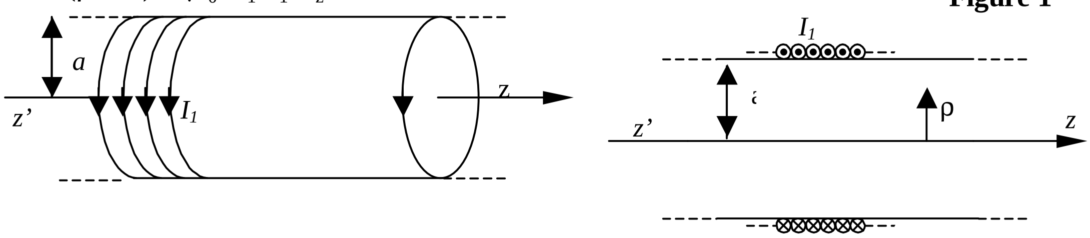

Figure 1

1. Pour déterminer le champ magnétique $\vec{B_1}(\rho, \varphi, z)$ en tout point de l'espace, appliquer le théorème d'Ampère à un contour fermé rectangulaire (MNPQM), de longueur h suivant z'z en justifiant son choix par des considérations de symétrie et d'invariance de la source de courant I_1. On envisagera les cas $\rho < a$ et $\rho > a$.

2. Calculer le flux Φ_{sp} de $\vec{B}_1$ à travers une spire de surface S_1, puis le flux propre Φ_1 du solénoïde. En déduire l'expression du coefficient d'inductance propre L_1.

3. Calculer l'énergie magnétique propre ξ_{m1} du solénoïde. Retrouver l'expression de L_1.

C. Coefficient d'induction mutuelle de deux bobines couplées

On place à l'intérieur du solénoïde un bobine plate de surface S_2, constituée de N_2 spires circulaires de rayon b < a et parcourues par un courant d'intensité I_2 <u>constante</u> orienté comme sur la Figure 2. Cette bobine, de coefficient d'inductance propre L_2, est mobile autour d'un axe (Δ), de vecteur unitaire $\vec{e_\Delta}$ perpendiculaire à z'z . On désigne par θ l'angle que fait avec z'z la normale unitaire $\vec{n}_2$ au plan de la bobine plate et par $M(\theta)$ le coefficient d'induction mutuelle des deux circuits.

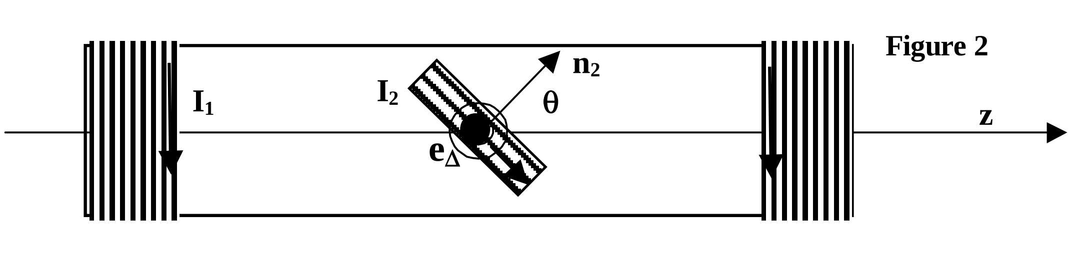

Figure 2

1. Calculer le flux $\phi_{1\to 2}$ du champ magnétique $\vec{B}_1$ crée par le solénoïde à travers la bobine plate de surface S_2. En déduire $M(\theta)$.
2. En utilisant le théorème de Maxwell, déterminer le travail élémentaire δW_L des forces de Laplace qui s'exercent sur la bobine plate pour une rotation élémentaire $d\theta$ autour de (Δ). En déduire le moment $\vec{\Gamma}$, par rapport à l'axe (Δ), du couple des forces de Laplace. Vérifier que le résultat est conforme à la règle du flux maximum.
3. Déterminer le moment magnétique $\mathcal{M}_2$ de la bobine plate et retrouver l'expression de $\vec{\Gamma}$.
4. La bobine plate constitue maintenant un circuit fermé et n'est reliée à aucune source de courant. Elle est maintenue immobile dans la position $\theta = 0$. Le solénoïde est maintenant parcouru par un courant sinusoïdal de basse fréquence, d'intensité $i_1(t) = I_{1m} \cos(\omega t)$. Calculer la fem induite $e_2(t)$ dans la bobine plate à l'aide de la loi de Faraday.
5. En s'aidant des symétries et invariances, appliquées à $i_1(t)$ et déterminées en B.1, montrer que le potentiel vecteur à l'intérieur du solénoïde s'écrit: $\vec{A_1}(\rho, t) = \dfrac{\mu_0\, n_1\, i_1(t)}{2} \rho\, \vec{e_\varphi}$ en considérant comme nulle la constante d'intégration. Déterminer les champs électriques $\vec{E_1}(\rho = a)$ et $\vec{E_2}(\rho = b)$ induits respectivement sur les bords du solénoïde et de la bobine plate. Retrouver l'expression de la fem induite $e_2(t)$ dans la bobine plate. (On considère ici que les circuits solénoïde et bobine plate sont fixes dans un champ magnétique variable).
6. Retrouver à l'aide de l'équation de Maxwell- Faraday sous sa forme intégrale l'expression du champ électrique $\vec{E_1}(\rho \leq a)$ induit dans le solénoïde.
7. Calculer l'énergie moyenne électrique $\langle\xi_{e1}(t)\rangle$ du solénoïde et montrer que: $\langle \xi_{e1}(t) \rangle = \dfrac{a^2\, \omega^2}{8\, c^2} \langle \xi_{m1}(t) \rangle$ où $\langle\xi_{m1}(t)\rangle$ est l'énergie moyenne magnétique stockée dans le solénoïde.

   Vérifier qu'à la fréquence ν du secteur (50 Hz), toute l'énergie électromagnétique dans le solénoïde de rayon a = 1 cm est pratiquement stockée sous forme magnétique. En déduire une condition, entre la longueur d'onde λ et le rayon a du solénoïde, caractéristique de l'approximation des régimes stationnaires (ARQS).

Rappel : $$\iint_S \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{F}.\vec{n}\ dS = \oint_C \vec{F}.\vec{dl}$$