

EXAMEN D'ELECTROMAGNETISME

2 heures.

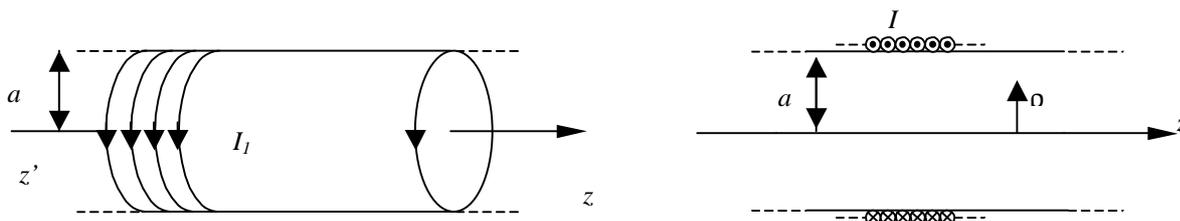
Calculettes et documents interdits.

A. Loi de Faraday (question de cours)

1. Enoncer la loi de Faraday (concernant une f.é.m induite dans un circuit matériel) et citer deux causes différentes de la variation du flux.
2. Dans le cas général, le champ électromoteur peut être écrit comme la somme du champ électrique dans le référentiel du laboratoire et d'un deuxième terme. Donner ce deuxième terme et expliquer **brèvement** sa signification.

B. Inductance propre d'un solénoïde

Une bobine S d'axe $z'z$, de longueur l et de rayon a , comporte n spires par unité de longueur, d'épaisseur négligeable. Ses dimensions ($l \gg a$) sont telles que l'on pourra utiliser l'approximation du solénoïde infini. La bobine est parcourue par un courant stationnaire d'intensité $I > 0$, comptée le long du bobinage orienté dans le sens direct autour de Oz. **On admettra que le champ magnétique est nul en tout point extérieur au solénoïde et que le champ magnétique à l'intérieur peut s'écrire $\vec{B} = B_z(\rho)\vec{e}_z$ sans justification de votre part.**



1. En appliquant le théorème d'Ampère à un contour judicieusement choisi, démontrer **rapidement** que le champ magnétique créé par le solénoïde en un point $M(\rho, \varphi, z)$ a pour valeur $\mu_0 n I$ pour $\rho \leq a$. Le champ est donc uniforme à l'intérieur du solénoïde.
2. Calculer le flux ϕ_{sp} de B à travers une des spires de la bobine. En déduire une expression pour le flux propre Φ de la bobine.
3. Déduire de Φ l'expression du coefficient d'inductance propre L de la bobine S en fonction de n , l , a et de la permittivité magnétique du vide μ_0 .

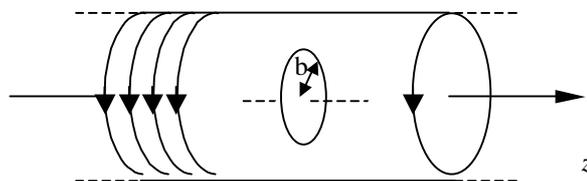
C. Energie magnétique propre d'un solénoïde

Le solénoïde de longueur l et de rayon a ($l \gg a$) comporte n spires par unité de longueur parcourues par un courant stationnaire d'intensité I .

1. Calculer son énergie magnétique propre à partir de la densité volumique d'énergie.
2. Retrouver l'expression du coefficient d'inductance propre L du solénoïde.

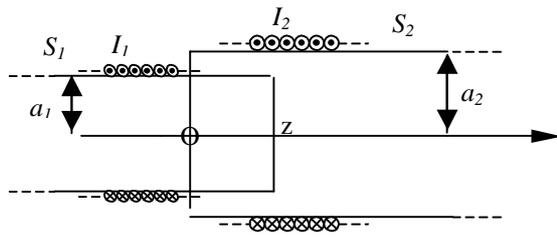
D. Spire circulaire dans un solénoïde infini – induction mutuelle.

On place dans le solénoïde considéré précédemment une spire circulaire de rayon $b < a$. La spire est coaxiale au solénoïde et d'axe parallèle à celui-ci. La résistance de la spire est R .



1. On alimente le solénoïde avec une intensité constante I_0 . Quelle est la f.e.m induite dans la spire ? Justifier.
2. On alimente le solénoïde avec une intensité $I_1(t)$ qui varie sinusoïdalement dans le temps $I_1(t) = I_{1m} \sin(\omega t)$.
 - a. Quelle est la f.e.m $e(t)$ induite dans la spire ?
 - b. Donner l'expression de l'intensité du courant $i(t)$ induit dans la spire en fonction du temps.
 - c. Comparer les variations de ce courant induit avec les variations du courant d'alimentation du solénoïde (tracer rapidement la courbe des deux intensités en fonction de ωt). La loi de Lenz est-elle vérifiée ? Justifier.
 - d. Obtenir une expression pour le coefficient d'induction mutuelle M du système solénoïde-spire.
3. On remplace la spire de rayon $b < a$ par une spire de rayon $2b < a$. Les deux spires de rayon b et $2b$ ont été confectionnées avec le même fil électrique (même section de fil, même **résistivité** du conducteur). Quand on remplace la première spire par la seconde, de combien varie (justifier) :
 - a. la valeur maximale de la f.e.m induite e_m ?
 - b. la valeur maximale de l'intensité du courant induit i_m ?
 - c. le coefficient d'induction mutuelle M ?
4. Si le solénoïde est alimenté à nouveau avec une intensité constante I_0 , comment doit-on translater la spire pour induire un courant dans cette spire ? Justifier. Quel autre type de mouvement permettrait de créer une f.e.m induite $e(t)$ dans la spire ; quel est l'avantage d'utiliser ce type de mouvement ?

E. Inductance mutuelle de deux solénoïdes couplés



Deux bobines coaxiales S_1 et S_2 d'axe $z'z$, de longueurs respectives l_1 et l_2 , de rayons très voisins a_1 et a_2 (a_2 légèrement supérieur à a_1) avec $l_1 \gg a_1$ et $l_2 \gg a_2$, comportent respectivement n_1 et n_2 spires par unité de longueur. Elles sont parcourues par des courants stationnaires, d'intensités respectives $I_1 > 0$ et $I_2 > 0$ (comme indiqué sur le schéma). L'origine O de l'axe $z'z$ est choisie sur la face gauche de S_2 ; la face droite de S_1 est repérée par son abscisse z ($z > 0$).

1. Etablir l'expression du coefficient d'inductance mutuelle M des deux bobines en fonction de n_1 , n_2 , $a \approx a_1 \approx a_2$, z et μ_0 .
2. Calculer le coefficient de couplage des deux circuits $k = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}}$, L_1 et L_2 étant les coefficients d'inductance propre respectifs de chacune des deux bobines. On considérera le cas $a \approx a_1 \approx a_2$. Dans quel intervalle ce coefficient peut-il varier ? Celui-ci dépend-il des valeurs respectives de l_1 et l_2 ?

F. (de cours) : Equations de Maxwell

1. Donner les quatre équations (locales) de Maxwell **en présence des sources et en régime fortement variable**.
2. Quelle(s) équation(s) sont modifiée(s) en absence des sources ? Donner les équations modifiées
3. Quelle approximation est utilisée dans le cas des régimes variant lentement dans le temps (ARQS) ?
4. Donner les formes intégrales des équations **en régime stationnaire**.