UPS L2 - Physique Chimie et Applications – Mention Physique 6 juin 2005

EXAMEN D'ELECTROMAGNETISME

2 heures. 2 pages recto-verso.

Calculettes et documents interdits.

Les questions AI, AII etc. sont liées. Cependant certaines formules sont données pour vous permettre de reprendre la suite si vous n'avez pas pu répondre à des questions antérieures.

Le temps conseillé pour chaque question est indiqué en parenthèses.

AI (question de cours) : Dipôle Magnétique. (15 mins)

1) On considère un dipôle magnétique de petites dimensions et de surface plane. Définir à l'aide d'un schéma son moment dipolaire magnétique $\vec{m}$.

2) Démontrer **brièvement** que l'énergie potentielle d'interaction entre un dipôle passif de faibles dimensions et un champ appliqué $\vec{B}'$ peut s'écrire :

$$E_p = -\vec{m}.\vec{B}'$$

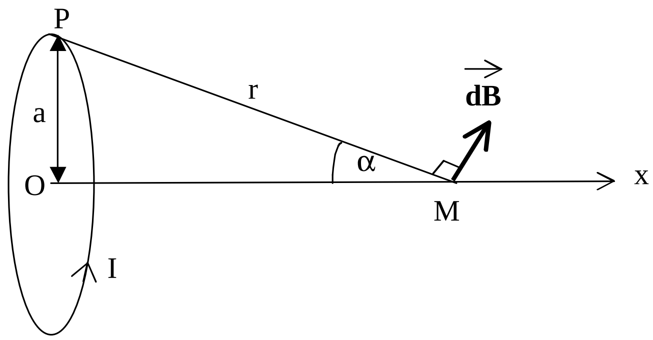
(Vous pouvez admettre sans démonstration l'expression pour le travail élémentaire des forces de Laplace $\delta W = I d\phi$.)

Justifier ainsi l'expression de la force exercée sur le dipôle par le champ magnétique appliqué :

$$\vec{F} = \overrightarrow{grad}\left(\vec{m}.\vec{B}'\right)$$

AII : Champ magnétique sur l'axe d'une spire. Loi de Biot et Savart. (25 mins)

Une spire circulaire de centre O et de rayon a est parcourue par un courant d'intensité I. On propose de calculer B(x) le champ magnétique à un point M sur l'axe Ox de la spire.



1) Utiliser les propriétés de symétrie de la distribution de courant pour montrer que le champ magnétique est colinéaire au vecteur unitaire $\vec{e}_x$. On peut donc écrire $\vec{B} = B(x)\vec{e}_x$. Le sens du courant est tel que $B(x)$ soit positif.

2) On rappelle l'expression de $\overrightarrow{dB}$ donné par la loi de Biot et Savart :

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\overrightarrow{dl} \times \vec{u}}{r^2}$$

Définir le vecteur $\overrightarrow{dl}$ et le vecteur unitaire $\vec{u}$. Justifier la direction de $\overrightarrow{dB}$ indiquée sur le schéma.

3) Obtenir une expression pour dB_x en fonction de α. Intégrer, puis donner une expression pour B(x).

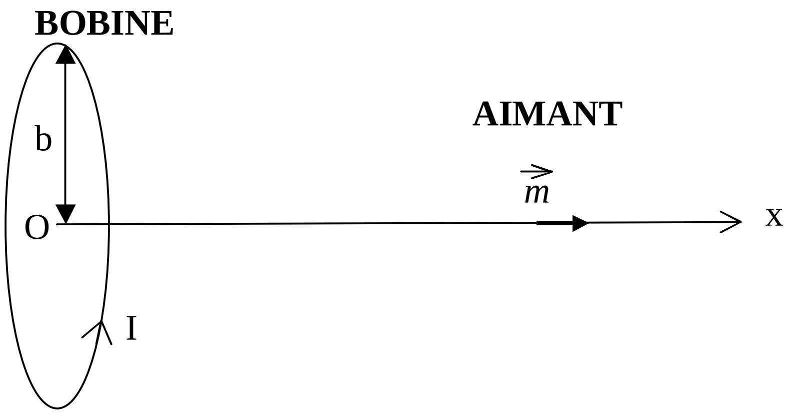
AIII : Induction et énergie (50 mins)

Un petit aimant assimilable à une boucle de courant de moment magnétique $\vec{m}$ est placé à la distance x du centre O d'une bobine circulaire plate de rayon b << x. La bobine comporte N spires jointives et l'aimant a son moment magnétique $\vec{m}$ disposé suivant l'axe Ox de la bobine.

1) Soit I le courant circulant dans la bobine. Le champ magnétique B'(x) créé sur l'axe de la bobine s'écrit :

$$B'(x) = \frac{\mu_o N I b^2}{2(x^2 + b^2)^{3/2}}$$

Justifier (en vous servant du résultat de la question AII.)



2) Montrer que le champ magnétique sur l'axe de la bobine peut s'écrire :

$$B'(x) = \frac{\mu_o N I b^2}{2x^3(1+u^2)^{3/2}}$$

En explicitant l'expression u=u(x) montrer que si x >> b alors on peut écrire :

$$B'(x) = \frac{\mu_o N I b^2}{2x^3}$$

3) En vous servant du résultat de la question AI(2) calculer la force qui s'exerce sur l'aimant.

4) **La bobine est maintenant fermée sur elle-même (sans alimentation externe) et a pour résistance R**.

a) Le champ magnétique B **créé par l'aimant** au voisinage de la bobine s'écrit $B = \frac{\mu_o |\vec{m}|}{2\pi x^3}$. Les dimensions de la bobine sont suffisamment petites pour qu'on puisse admettre que le champ magnétique B est **uniforme** au voisinage de la bobine. Calculer le flux Φ du champ magnétique B à travers **la bobine**.

b) Si la bobine et l'aimant sont fixes, y-a-t-il une f.é.m induite dans la bobine ? Justifier.

c) Un opérateur déplace **l'aimant** suivant une loi x(t) supposée connue. Calculer la f.e.m e(t) induite **dans la bobine** et l'intensité du courant i(t) qui en résulte.

[rappel $\frac{df}{dt} = \frac{df}{dx}\frac{dx}{dt}$]

d) Quelle est donc la valeur de la force magnétique qui s'exerce **sur l'aimant** ?

e) Commenter sur la nature de cette force si l'on éloigne l'aimant.

f) Quelle force l'opérateur doit-il exercer pour effectuer un déplacement quasi-statique ? Montrer dans ce cas que le travail de l'opérateur est dissipé sous forme de chaleur par effet Joule.

g) Dans l'analyse ci-dessus nous avons négligé le phénomène d'auto-induction. Si on tient compte de l'inductance propre L de la bobine quel terme doit on ajouter au bilan d'énergie ? Que représente ce terme ?

B (question de cours) : Equations de Maxwell – Ondes électromagnétiques dans le vide (30 mins)

1) Donner les quatre équations de Maxwell dans le vide **en absence de sources et en régime fortement variable.**

2) A l'aide de ces équations montrer que :

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial^2 t}$$

et expliciter c.

Rappel : $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\vec{E}\right) = grad\left(div\vec{E}\right) - \Delta\vec{E}$

3) L'équation ci-dessus peut être généralisée pour toutes les composantes des champs :

$$\Delta\psi = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial^2 t}$$

ou ψ est une fonction scalaire.

Montrer que $\psi = \psi_o \cos[\omega t - k(\alpha x + \beta y + \gamma z) + \phi]$ est une solution possible de cette équation et définir ainsi la norme du vecteur d'onde k.

Que représente cette solution ?