

TD1 - Opérateurs différentiels

I - Opérateur gradient

Un point M de l'espace est repéré par le vecteur position \vec{r} de norme r . Déterminer $\overline{\text{grad}}(kr^n)$ où k est une constante et n un entier.

II - Opérateur divergence

Soit le champ de vecteur $\vec{F} = kr^n \vec{r}$. En utilisant l'expression de la divergence dans une base sphérique, donnée dans le formulaire, calculer $\text{div} \vec{F}$.

III - Opérateur rotationnel

1 - Expliciter le champ $\vec{F} = kr^n \vec{r}$ dans une base cartésienne puis calculer $\overline{\text{rot}} \vec{F}$.

2 - Soit le champ de vecteur $\vec{F} = y\vec{e}_x + x\vec{e}_y$. Montrer que \vec{F} dérive d'un potentiel qu'on déterminera.

3 - Soit le champ $\vec{G} = -y\vec{e}_x + x\vec{e}_y$. Vérifier le théorème de Stokes pour un cercle (C) de centre O et de rayon R du plan Oxy et la demi-sphère de centre O s'appuyant sur (C) .

IV - Opérateur Laplacien : Calculer $\Delta(kr^n)$.