Université Paul Sabatier
L1 PCP

Juin 2012

EXAMEN
DE MECANIQUE
(SECONDE SESSION)
(Durée : 1h30)

<u>Exercice 1 : Manège du "service à thé"</u>

Sur le plateau $(\mathscr{P})$ d'un manège (plateforme circulaire de centre O et de rayon R), on a installé un disque $(\mathscr{D})$, de centre C et de rayon $r < R$, sur la circonférence duquel est fixé un siège, repéré par le point M.

Le plateau $(\mathscr{P})$ du manège tourne avec une vitesse angulaire constante Ω autour de son axe vertical ascendant Oz, par rapport à son bâti, auquel est associé le référentiel galiléen $\mathscr{R}\left(O,\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z}\right)$.

Le disque $(\mathscr{D})$ a, par rapport au plateau $(\mathscr{P})$, un mouvement de rotation uniforme, de vitesse ω autour de l'axe de révolution Cz.

On définit les référentiels $\mathscr{R}_{\mathscr{P}}\left(O,\overrightarrow{e_{x'}},\overrightarrow{e_{y'}},\overrightarrow{e_z}\right)$ lié à $(\mathscr{P})$, et $\mathscr{R}_{\mathscr{D}}\left(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_z}\right)$ lié au siège M de $(\mathscr{D})$, avec $\left(\widehat{\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_{x'}}}\right)=\Omega\, t$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{e_{x'}},\overrightarrow{e_1}}\right)=\omega t$.

On pose $\overrightarrow{OC}=L\overrightarrow{e_{x}'}$ ($L < R$ constant) et $\overrightarrow{CM}=r\,\overrightarrow{e_1}$.

a) **Définir** les vecteurs rotation $\overrightarrow{\Omega}\left(\mathscr{R}_{\mathscr{P}}/\mathscr{R}\right)$, $\overrightarrow{\Omega}\left(\mathscr{R}_{\mathscr{D}}/\mathscr{R}_{\mathscr{P}}\right)$ et $\overrightarrow{\Omega}\left(\mathscr{R}_{\mathscr{D}}/\mathscr{R}\right)$.

b) **Calculer** indépendamment les unes des autres, les vitesses $\vec{V}\left(M/\mathscr{R}_{\mathscr{P}}\right)$, $\vec{V_e}\left(M,\mathscr{R}_{\mathscr{P}}/\mathscr{R}\right)$ et $\vec{V}\left(M/\mathscr{R}\right)$. **Vérifier** la loi de composition des vitesses.

c) **Calculer** indépendamment les unes des autres, les accélérations $\vec{a}\left(M/\mathscr{R}_{\mathscr{P}}\right)$, $\overrightarrow{a_e}\left(M,\mathscr{R}_{\mathscr{P}}/\mathscr{R}\right)$, $\overrightarrow{a_c}\left(M,\mathscr{R}_{\mathscr{P}}/\mathscr{R}\right)$ et $\vec{a}\left(M/\mathscr{R}\right)$. **Vérifier** la loi de composition des accélérations.

d) **Déterminer** les forces d'inertie de Coriolis et d'entraînement subies par le point M.

Exercice 2 : Satellites artificiels

Soit $G = 6{,}67.10^{-11}$ m^3.kg^{-1}.s^{-2} la constante de gravitation universelle, $R = 6378$ km le rayon moyen de la Terre, $M = 6{,}0.10^{24}$ kg la masse de la Terre et T son centre.

1) Définir le référentiel géocentrique $\mathscr{R}_o$.

2) Dans l'approximation d'une répartition des masses à symétrie sphérique, déterminer l'expression du module $g(r)$ du champ gravitationnel terrestre à une distance $r > R$ de T. On le donnera ensuite en fonction de r, R, et $g_o = g(R)$.

3) Déterminer, en fonction de r, R, et g_o, la norme $V(r)$ de la vitesse, dans le référentiel géocentrique, d'un satellite terrestre de masse m en orbite circulaire de rayon r autour de la Terre.

4) En déduire la période $T(r)$ du mouvement du satellite en fonction de r, R, et g_o.

5) Comparer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de gravitation d'un satellite en orbite circulaire.

6) Donner l'énergie mécanique du satellite.

7) Qu'appelle-t-on satellite géostationnaire ?

8) Déterminer le plan de l'orbite d'un satellite géostationnaire.

9) Peut-on lancer un satellite de telle sorte qu'il reste à la verticale de Paris ?

Questions de cours

Enoncer la relation fondamentale de la dynamique et le théorème du moment cinétique en un point fixe O de manière littérale et mathématique.