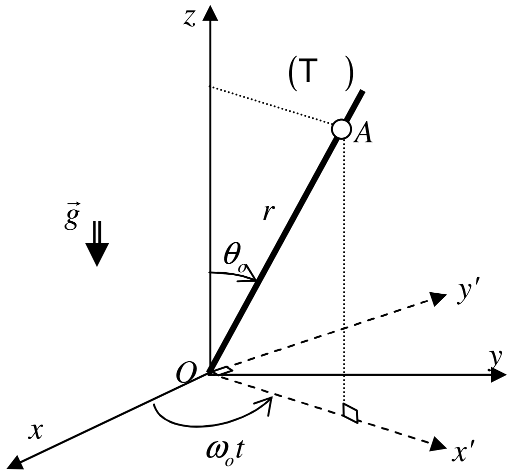
Université Paul Sabatier
L1 STS PCP

EXAMEN DE MECANIQUE
(SECONDE SESSION)
(Durée : 1h30)

Exercice 1 : Mouvement d'une masselotte sur une tige

Une masselotte A, de masse m, peut coulisser sans frottements, sur une tige $(\mathcal{T})$. On note r la distance OA entre l'extrémité de la tige et la masselotte A considérée comme ponctuelle.
Cette tige, inclinée de l'angle θ_o par rapport à l'axe Oz du repère d'observation $\mathcal{R}\,(O,xyz)$, tourne uniformément à la vitesse angulaire ω_o autour de Oz.
On note $\mathcal{R}'(O,x'y'z')$ le repère orthonormé direct lié à la tige, et indiqué sur la figure ci-contre.



I- Cinématique

a) **Exprimer** le vecteur $\overrightarrow{OA}$ en fonction de r et θ_o, dans la base $\mathcal{B}'$ liée à $\mathcal{R}'$. En déduire l'expression de la vitesse de A dans $\mathcal{R}'$ $\vec{v}_{A/\mathcal{R}'}$ et de l'accélération de A dans $\mathcal{R}'$ $\vec{a}_{A/\mathcal{R}'}$, que l'on exprimera dans $\mathcal{B}'$.

b) **Caractériser** le mouvement de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$ (vitesse de l'origine, vecteur rotation).

c) **Déterminer** l'expression de la vitesse d'entraînement, de l'accélération d'entraînement et de l'accélération de Coriolis, liées à A, dans le mouvement de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$.

d) **Retrouver**, par application des lois de composition des mouvements, les expressions de la vitesse et de l'accélération de A dans $\mathcal{R}$.

II- Dynamique

A l'instant initial, A est lâché sans vitesse initiale à la distance r_o et l'on cherche à étudier le mouvement ultérieur de A dans $\mathcal{R}'$.

a) **Effectuer** le bilan des forces qui s'exercent sur A.

b) **Calculer** l'énergie potentielle associée à la force d'inertie d'entraînement.

c) **En déduire** l'expression de l'énergie potentielle totale $E_p(r)$ (On prendra l'origine de l'énergie potentielle en O).

d) **Déterminer** la position d'équilibre r_e de l'anneau et discuter de sa stabilité.

e) **Donner** l'allure de la courbe $E_p(r)$. Selon la valeur de r_o par rapport à r_e, discuter des différents mouvements possibles de A sur la tige une fois qu'il est lâché.

Exercice 2 : Satellites artificiels

Soit $G = 6{,}67.10^{-11}$ m^3.kg^{-1}.s^{-2} la constante de gravitation universelle, $R = 6378$ km le rayon moyen de la Terre, $M = 6{,}0.10^{24}$ kg la masse de la Terre et T son centre.

On note $g(r) = g_o \dfrac{R^2}{(R+z)^2}$ le module du champ gravitationnel terrestre à une distance $r > R$ de T, avec $g_o = g(R)$.

1) Définir le référentiel géocentrique $\mathcal{R}_o$.

2) Déterminer, en fonction de r, R, et g_o, la norme $V(r)$ de la vitesse, dans le référentiel géocentrique, d'un satellite terrestre de masse m en orbite circulaire de rayon r autour de la Terre.

3) En déduire la période $T(r)$ du mouvement du satellite en fonction de r, R, et g_o.

4) Comparer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de gravitation d'un satellite en orbite circulaire.

5) Donner l'énergie mécanique du satellite.

6) Qu'appelle-t-on satellite géostationnaire ?