

**Contrôle continu de mécanique**

*L'usage des calculatrices est interdit.*

**(durée: 45 minutes)**

**NOM :**

**Prénom :**

**Groupe :**

**Note (/20) :**

**Questions de cours :**

*On précisera toutes les grandeurs introduites.*

1- Enoncer le principe de l'inertie.

2- Enoncer la troisième loi de Newton.

3- Enoncer le théorème du moment cinétique.

4- Donner la définition du champ de pesanteur, en fonction du champ de gravitation.

### Exercice :

Une masselotte ponctuelle  $M$ , de masse  $m$ , peut glisser sans frottement sur une tige  $(T)$  perpendiculaire en  $O$  à un axe vertical  $Oz$ , au bout de laquelle est fixée une butée  $(B)$ .

L'axe  $z'z$  est entraîné par un moteur qui fait tourner la tige  $(T)$  à la vitesse angulaire constante  $\omega$  dans le plan horizontal  $x_oOy_o$  d'un repère galiléen  $\mathfrak{R}_o$  fixe orthonormé direct  $(O, x_o, y_o, z)$ .

Soient  $(\vec{e}_{x_o}, \vec{e}_{y_o}, \vec{e}_z)$  les vecteurs unitaires de chacun des axes du repère galiléen  $\mathfrak{R}_o$ , et  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  les vecteurs unitaires du repère orthonormé direct  $\mathfrak{R}(O, xyz)$  lié à  $(T)$ . La tige  $(T)$  est portée par l'axe  $Ox$ .

La masselotte est repérée par ses coordonnées cylindropolaires  $(\rho, \varphi, z)$  liées à  $\mathfrak{R}_o$ , et tous les vecteurs seront explicités dans la base  $\mathcal{B} = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  liée à  $\mathfrak{R}$ . On remarquera que  $\rho = x$ .

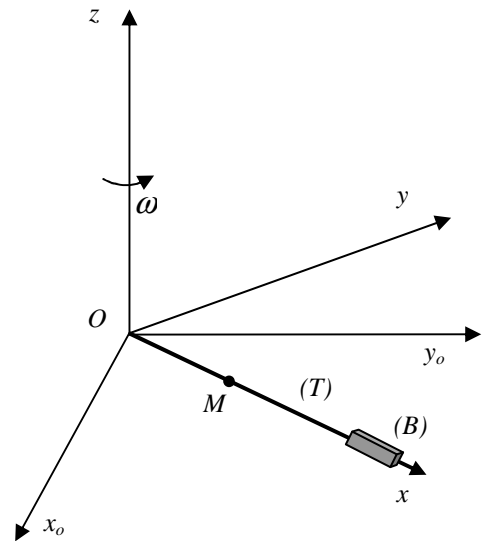
A l'instant initial  $t=0$ , la tige  $(T)$  est confondue avec l'axe  $Ox_o$ , et la masselotte est lancée depuis le point  $O$  avec une vitesse initiale  $\vec{v}_o = v_o \vec{e}_x$  où  $v_o > 0$ .  
On note  $g$  l'intensité du champ de pesanteur terrestre.

1) Donner l'expression du vecteur rotation  $\vec{\Omega}(\mathfrak{R}/\mathfrak{R}_o)$  de  $\mathfrak{R}$  par rapport à  $\mathfrak{R}_o$ .

2) Donner la définition, puis déterminer l'expression de :

a) la vitesse  $\vec{v}(M/\mathfrak{R})$  du point  $M$  dans  $\mathfrak{R}$ .

b) la vitesse d'entraînement  $\vec{v}_e(M, \mathfrak{R}/\mathfrak{R}_o)$



c) l'accélération  $\vec{a}(M/\mathfrak{R})$  du point  $M$  dans  $\mathfrak{R}$ .

d) l'accélération d'entraînement  $\vec{a}_e(M, \mathfrak{R}/\mathfrak{R}_o)$

e) l'accélération de Coriolis  $\vec{a}_c(M, \mathfrak{R}/\mathfrak{R}_o)$

3) Enoncer les lois de composition des vitesses et des accélérations, et en déduire l'expression de la vitesse  $\vec{v}(M/\mathfrak{R}_o)$  et de l'accélération  $\vec{a}(M/\mathfrak{R}_o)$  de  $M$  dans  $\mathfrak{R}_o$ .

4) Donner l'expression des forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis.

5) Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur la masse.

6) Enoncer la relation fondamentale de la dynamique :

a) Dans  $\mathfrak{R}$  :

b) Dans  $\mathfrak{R}_o$  :

7) Projeter la relation obtenue à la question 6-a) sur l'axe de la tige, et donner l'équation différentielle du mouvement. (On ne demande pas de la résoudre).