Université Paul Sabatier TOULOUSE III

Licence 1 – semestre 2
Sciences de l'Ingénieur et Préparation aux Concours

Mécanique : contrôle continu n°2 – 1h. Année 2006-2007

Nom, prénom :	
	Note :
Section H **Groupe** (encercler) : 1 2 3 4 5 6	

Répondre dans les espaces aménagés. S'ils s'avèrent insuffisants, utiliser la page 4.

QUESTIONS DE COURS A PROPOS DE LA DYNAMIQUE /5

	RESERVE AU CORRECTEUR
1- Enoncer avec précision les différentes lois de Newton • $\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow$ mouvement rectiligne uniforme • $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ • si $\vec{F}_{1\to 2}$ alors $\vec{F}_{2\to 1} = -\vec{F}_{1\to 2}$	3/ 1 1 1
2- Dans le célèbre livre où il énonce ces lois, Newton n'oublie pas de faire référence à un physicien qui l'a précédé et qui avait déjà formulé à sa façon une de ces lois. Quel est ce physicien ? Galilée De quelle loi s'agit-il ? la première	0,5/ 0,25 0,25
3- Quelles sont les forces fondamentales de l'univers ? • force nucléaire forte • force nucléaire faible • force de gravitation • force électromagnétique Entourer celle qui a la portée la plus courte et souligner celle qui a l'intensité la plus faible.	1,5/ 0,25 0,25 + 0,25 0,25 + 0,25 0,25

EXERCICE DE CINEMATIQUE /6

Dans le plan (xOy) du référentiel $R(O,\vec{e_x},\vec{e_y},\vec{e_z})$, le mouvement d'un point P est décrit par la variation de ses coordonnées cartésiennes en fonction du temps t :

$x = be^{-kt}\cos kt$; $y = be^{-kt}\sin kt$ (b et k sont deux constantes positives)

1.a- Déterminer en fonction de t les coordonnées polaires ρ et φ de P. $\rho = be^{-kt}$; $\varphi = kt$	0,5 + 0,5
1.b- En déduire l'équation polaire de la trajectoire de P. $\rho = be^{-\varphi}$	0,5
2.a- Calculer en fonction de t les composantes polaires du vecteur vitesse $\vec{v}_{P/R}$. $\vec{v}_{P/R} = \begin{vmatrix} \dot{\rho} = -bke^{-kt} \\ \rho\dot{\varphi} = bke^{-kt} \end{vmatrix}_{R_c}$	0,25+0,25 0,25+0,25

1/3

2.b- Indiquer la nature du mouvement (uniforme, accéléré ou retardé).

$\|\vec{v}_{P/R}\| = \sqrt{b^2k^2e^{-2kt} + b^2k^2e^{-2kt}} = \sqrt{2}\,bk\,e^{-kt}$ — 0,5

$\hookrightarrow$ qd $t \nearrow$, $\|\vec{v}_{P/R}\| \searrow$ $\Rightarrow$ mouvement retardé — 0,5

2.c- L'angle $\alpha = (\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{v_{P/R}})$ est constant : calculer-le pour le prouver.

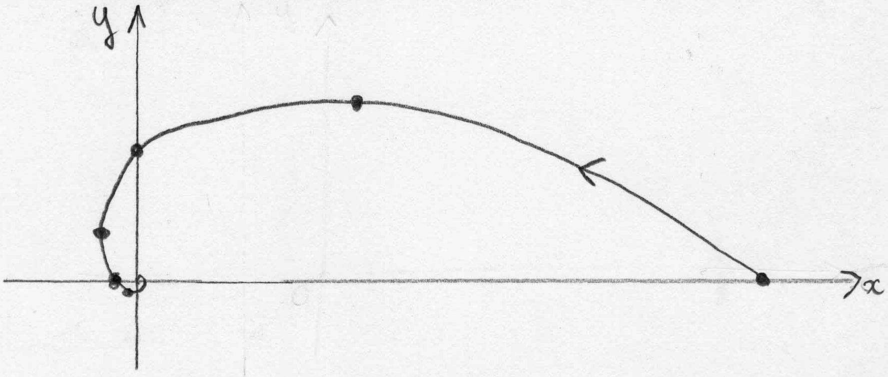
$$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{OP}\cdot\vec{v}}{\|\overrightarrow{OP}\|\cdot\|\vec{v}\|} = \frac{b\,e^{-kt}\cdot(-bk\,e^{-kt})}{b\,e^{-kt}\cdot\sqrt{2}\,bk\,e^{-kt}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$ — 0,5 + 0,5

$\hookrightarrow \alpha =$ constante $= \begin{cases}135° \\ 3\pi/4\end{cases}$

3.a- Sur la base des coordonnées polaires de P (cf. question 1b), compléter le tableau suivant pour b = 10 cm : — 0,5

φ (rad)	0	π/4	π/2	3π/4	π	5π/4
ρ (cm)	10	4,6	2,1	0,9	0,4	0,2

3.b- En se servant du tableau qui vient d'être complété, tracer la trajectoire de P — 1



EXERCICE DE DYNAMIQUE-1 /2

« La trajectoire de chute libre d'un point matériel n'est pas la verticale : une déviation a lieu vers l'Ouest »

Vrai ou faux ?
Si c'est vrai, expliquer pourquoi avec précision.
Si c'est faux, expliquer avec précision ce qui se passe effectivement.

Faux, déviation vers l'Est — 0,5

$\hookrightarrow$ Coriolis : $\vec{F}_{ic} = -2m(\vec{\Omega}\wedge\vec{v}_{P/terre})$ — 1

$\vec{\Omega}$: le long de l'axe des pôles, vers le Nord

$\vec{v}$: selon la verticale, vers le bas

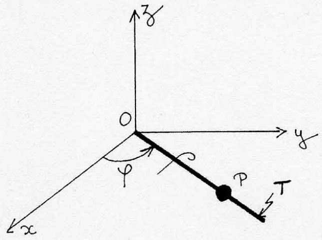
$\hookrightarrow \vec{F}_{ic}$ vers l'Est — 0,5

EXERCICE DE DYNAMIQUE-2 /8

Un point matériel P, de masse m, se déplace **sans frottement** sur une tige T. Par rapport au référentiel $R(O,\vec{e_x},\vec{e_y},\vec{e_z})$ supposé galiléen, cette tige tourne horizontalement autour de l'axe Oz vertical montant, à la vitesse angulaire ω constante (cf. figure).

Initialement, $\rho(t=0) = a$ et $\dot{\rho}(t=0) = 0$.

Dans cet exercice, on souhaite étudier le mouvement de P par rapport au référentiel $R'(O, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_Z)$ lié à la tige.



1- Bilan des 4 forces qui agissent sur P ? $\vec{P}, \vec{R}, \vec{F_{ic}}, \vec{F_{ic}}$	4 x 0,25
2- Expression de ces forces dans la base associée à R' ? $\vec{P} = \begin{vmatrix}0\\0\\-mg\end{vmatrix}_{R'}$; $\vec{R} = \begin{vmatrix}0\\R_y\\R_z\end{vmatrix}_{R'}$ $\vec{F_{ic}} = -m\vec{a_c} = -m(2\vec{\omega}_{R'/R} \wedge \vec{v}_{P/R'}) = -m\left(2\begin{vmatrix}0\\0\\\omega\end{vmatrix}_{R'} \wedge \begin{vmatrix}\dot{\rho}\\0\\0\end{vmatrix}_{R'}\right) = \begin{vmatrix}0\\-2m\omega\dot{\rho}\\0\end{vmatrix}_{R'}$ $\vec{F_{ie}} = -m\vec{a_e} = -m\left(\vec{a}_{O/R} + \vec{\omega}_{R'/R} \wedge (\vec{\omega}_{R'/R} \wedge \vec{OP}) + \frac{d\vec{\omega}_{R'/R}}{dt}\Big\vert_R \wedge \vec{OP}\right)$ $= -m\left(\vec{0} + \begin{vmatrix}0\\0\\\omega\end{vmatrix}_{R'} \wedge \left(\begin{vmatrix}0\\0\\\omega\end{vmatrix}_{R'} \wedge \begin{vmatrix}\rho\\0\\0\end{vmatrix}_{R'}\right) + \vec{0}\right)$ $= \begin{vmatrix}m\omega^2\rho\\0\\0\end{vmatrix}_{R'}$	0,25+0,25 0,25+0,5+1 +0,25 0,25 + 0,5 1 0,25
3- Expression de $\overrightarrow{a_{P/R'}}$ dans la base associée à R' ? $\vec{a}_{P/R'} = \begin{vmatrix}\ddot{\rho}\\0\\0\end{vmatrix}_{R'}$	0,5
4- Equation différentielle permettant d'obtenir ρ(t) ? $\sum \vec{F} = m\vec{a}_{P/R'} \Rightarrow \ddot{\rho} - \omega^2\rho = 0$	0,5
5- Expression de ρ(t) en fonction de a, ω et t ? $r^2 - \omega^2 = 0 \rightarrow r = \pm\omega$ $\hookrightarrow \rho(t) = Ae^{\omega t} + Be^{-\omega t}$ avec $\rho(0) = a$ et $\dot{\rho}(0) = 0$ $\hookrightarrow A = B = \frac{a}{2}$ $\hookrightarrow \rho(t) = a\,ch\,\omega t$	0,5 0,5 0,5