UNIVERSITE PAUL SABATIER TOULOUSE III

Licence 1 – semestre 2
Sciences de l'Ingénieur et Préparation aux Concours

Mécanique : contrôle continu n°2 - 45 min. Année 2005-2006

NOM, Prénom :		
		Note :
Section :	**Groupe :**	

Conformément à l'usage typographique international, les vecteurs sont représentés en gras.

CINEMATIQUE

Un ballon sonde a une vitesse d'ascension verticale v_0 (dans la direction $\boldsymbol{e_z}$) indépendante de son altitude. Le vent lui communique de plus une vitesse horizontale $v_x = \frac{z}{\tau}$ (dans la direction $\boldsymbol{e_x}$) proportionnelle à l'altitude z atteinte. Le ballon est à l'origine du repère à $t = 0$. Déterminer les lois du mouvement $x(t)$ et $z(t)$ *indépendamment de toute considération de forces extérieures appliquées au ballon*, ainsi que l'équation de la trajectoire $x(z)$.

DYNAMIQUE GALILEENNE

Une particule A, de masse m, en équilibre instable au sommet d'une sphère de rayon a, quitte à l'instant $t=0$ cette position sans vitesse initiale, et glisse *sans frottement* sur la sphère (voir figure ci dessous : $\varphi = \pi/2$ à $t = 0$). On étudiera son mouvement par rapport au référentiel $R = (O, \boldsymbol{e_x}, \boldsymbol{e_y})$. On précise que du fait du caractère ponctuel de la particule A, $\overline{OA} = a$ sur la partie de la trajectoire qui nous intéresse, où A est en contact avec la sphère.

1. La dynamique étudiée pouvant être ramenée à un mouvement plan en coordonnées polaires (ρ, φ), faire le bilan des forces extérieures, les représenter sur un schéma ainsi que les vecteurs $\boldsymbol{e_\rho}$ et $\boldsymbol{e_\varphi}$, et écrire leurs projections suivant les vecteurs.
2. Ecrire vectoriellement la loi fondamentale de la dynamique (LFD) qui s'applique à la particule A.
3.
   a. Exprimer en fonction de a, φ et de leurs dérivées par rapport au temps, les coordonnées polaires des vecteurs $\boldsymbol{OA}$, $\boldsymbol{v_{A/R}}$ ainsi que $\boldsymbol{a_{A/R}}$.

   b. Projeter la relation LFD selon $\boldsymbol{e_\rho}$ et $\boldsymbol{e_\varphi}$ et déduire les deux équations différentielles du mouvement.
4. Montrer que la projection selon $\boldsymbol{e_\varphi}$ s'écrit *après intégration* : $\frac{1}{2} a \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = g(1 - \sin\varphi)$. g représente l'accélération de la pesanteur.
5.
   a. Ecrire la condition portant sur la force de réaction exercée par la sphère sur la particule A à l'instant précis où A quitte la sphère.

   b. A l'aide de cette dernière condition, de la relation obtenue en projetant selon $\boldsymbol{e_\rho}$ et de l'équation démontrée en 4., calculer l'angle φ pour lequel la particule A quitte la sphère.