Corrigé / barème du CC2 L1 PCI
en bleu

Cinématique 6pts

$v_z = \dfrac{dz}{dt} = v_0$ (constante) $\Rightarrow z = v_0 t \Leftrightarrow t = \dfrac{z}{v_0}$ 1 1

$v_x = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{z}{\tau} = \dfrac{v_0 t}{\tau} \Rightarrow x = v_0 \dfrac{t^2}{2\tau}$ 1 1

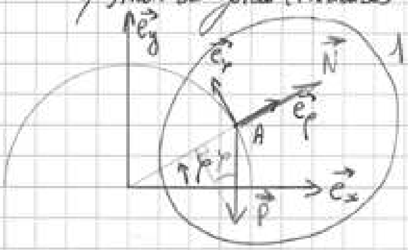
Equation de la trajectoire : $x = \dfrac{v_0}{2\tau}\left(\dfrac{z}{v_0}\right)^2 = \dfrac{z^2}{2\tau v_0}$ 1

trajectoire parabolique 1

Dynamique galiléenne 14pts

particule A (m)

1) Bilan des forces extérieures



poids $\vec{P} = m\vec{g}$ | verticale, vers le bas, mg, pt d'application A 0,5

réaction du support $\vec{N}$ | direction et sens de $\vec{e}_\rho$, N, contact entre la sphère et A 0,5

Projections $\vec{P}\begin{vmatrix} -mg\sin\varphi \\ -mg\cos\varphi \end{vmatrix}$ 0,5 $\vec{N}\begin{vmatrix} N \\ 0 \end{vmatrix}$ (pas de frottement) 0,5

2) Loi fondamentale de la dynamique $m\vec{a}_{A/R} = \sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{N}$ 1

3)a) $\vec{OA}\begin{vmatrix} a \\ 0 \end{vmatrix}_{R_c}$ 1 $\quad \vec{v}_{A/R}\begin{vmatrix} 0 \\ a\dot\varphi \end{vmatrix}_{R_c}$ 1 $\quad \vec{a}_{A/R}\begin{vmatrix} -a\dot\varphi^2 \\ a\ddot\varphi \end{vmatrix}_{R_c}$ 1

b) Projection LFD selon $\vec{e}_\rho$: $-ma\dot\varphi^2 = -mg\sin\varphi + N$ 1

selon $\vec{e}_\varphi$: $ma\ddot\varphi = -mg\cos\varphi$ 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dot\varphi^2 - \dfrac{g}{a}\sin\varphi + \dfrac{N}{ma} = 0 \\ \ddot\varphi + \dfrac{g}{a}\cos\varphi = 0 \end{cases}$

4) A au sommet $(t=0) \Leftrightarrow \varphi = \pi/2$, $\dfrac{d\varphi}{dt} = 0$ 1

$a\ddot\varphi = -g\cos\varphi$

$\dfrac{d\varphi}{dt} \times a\dfrac{d^2\varphi}{dt^2} = -g\cos\varphi \, \dfrac{d\varphi}{dt}$ 4

primitive $\rightarrow \dfrac{1}{2}a\left(\dfrac{d\varphi}{dt}\right)^2 + cste = -g\sin\varphi$; CI : cste $= -g$

soit finalement : $\dfrac{1}{2}a\left(\dfrac{d\varphi}{dt}\right)^2 = g(1-\sin\varphi) \Leftrightarrow a\dot\varphi^2 = 2g(1-\sin\varphi)$

Total /20

5)a) A quitte la sphère $N = 0$ 1

b) relation selon $\vec{e}_\rho$ $N - mg\sin\varphi = -ma\dot\varphi^2 = -m \times 2g(1-\sin\varphi) = -2mg(1-\sin\varphi)$

soit $N = mg\sin\varphi - 2mg(1-\sin\varphi) = mg(3\sin\varphi - 2)$ perte de contact $N=0$

1 $\sin\varphi = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \varphi = 41{,}8°$